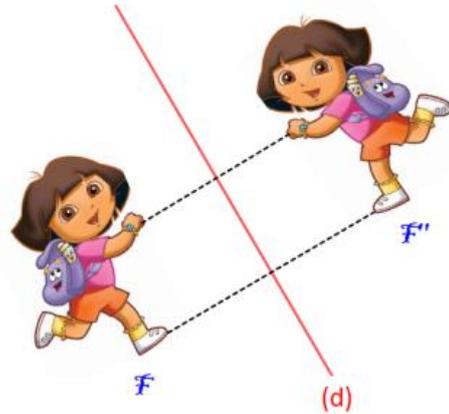
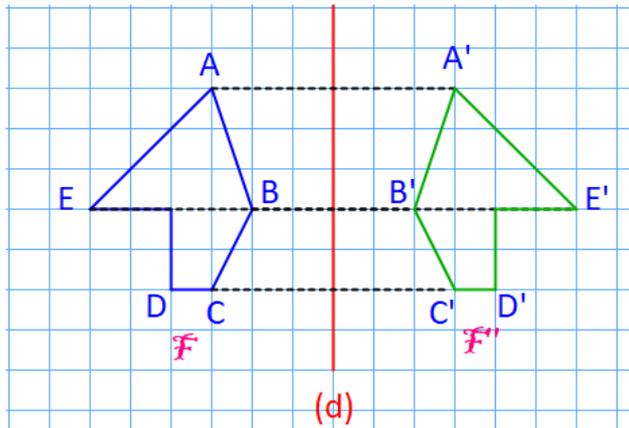


# Symétrie axiale

## I- Figures symétriques

### Définition

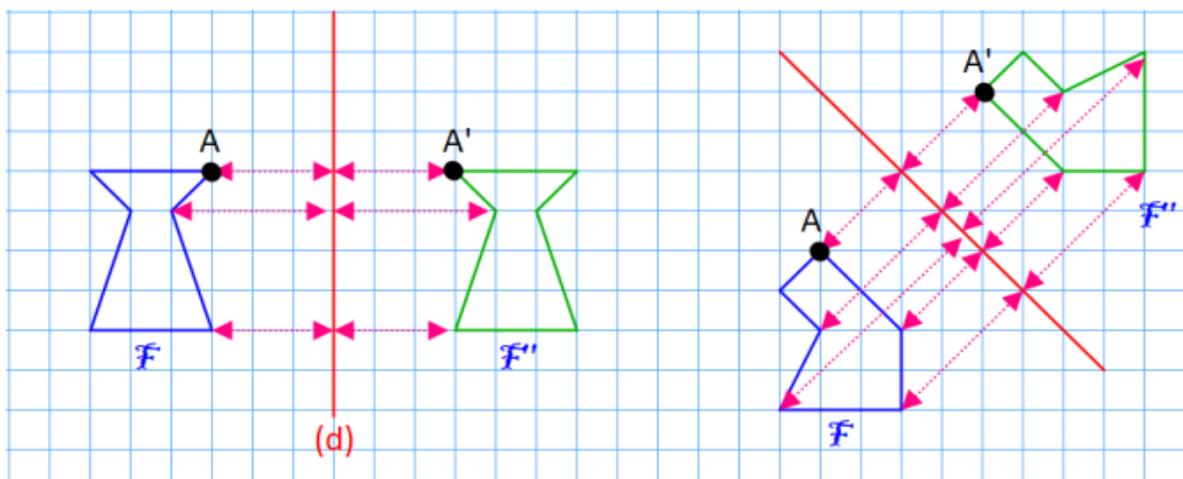
Deux figures  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{F}'$  sont symétriques par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage autour de la droite (d).



**Vocabulaire** : On dit que :

- $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{F}'$  sont symétriques par rapport à la droite (d).
- $\mathcal{F}'$  est le symétrique de  $\mathcal{F}$  par rapport à la droite (d)
- $A'$  est le symétrique du point A par rapport à (d).
- La droite (d) est appelée axe de symétrie.

**Application** : Dans chaque cas, construire la figure  $\mathcal{F}'$  symétrique de la figure  $\mathcal{F}$  par rapport à la droite (d).

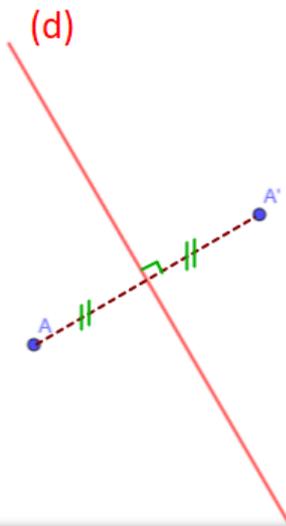


### Méthode :

- On repère un point A sur la figure F.
- On imagine le pliage au long de la droite (d), ensuite on place  $A'$ , symétrique de A. A et  $A'$  sont situés à la même distance de part et d'autre de la droite (d). (On compte le nombre de carreaux).
- On fait de même pour d'autres points.
- On trace la figure obtenue :  $\mathcal{F}'$ .

## II- Symétrique d'un point

### a) Définition et propriétés



Soit  $[AA']$  un segment et la droite  $(d)$  sa médiatrice.

On dit que  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport à la droite  $(d)$

ou  $A$  et  $A'$  sont symétriques par rapport à la droite  $(d)$ .

*(Si on effectue un pliage le long de la droite  $(d)$ , le point  $A$  coïncidera avec le point  $A'$ )*

- Si la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[AA']$  alors  $A$  et  $A'$  sont symétriques par rapport à  $(d)$ .
- Si  $A$  et  $A'$  sont symétriques par rapport à une droite  $(d)$  alors  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[AA']$ .
- Si un point appartient à une droite  $(d)$  alors son symétrique par rapport à  $(d)$  est le point lui-même.

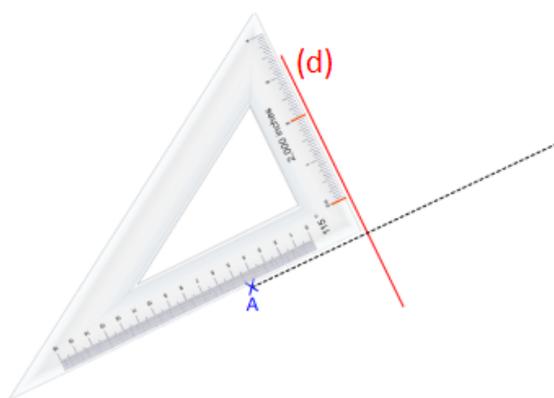
### b) Construction

#### En utilisant une équerre et un compas

On veut construire le point  $A'$  symétrique du point  $A$  par rapport à la droite  $(d)$ . Autrement dit, on veut construire  $A'$  pour que  $(d)$  soit la médiatrice du segment  $[AA']$ .

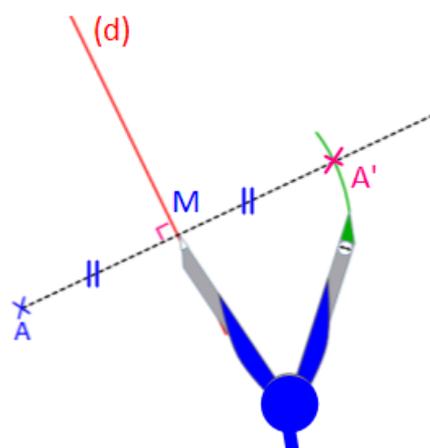
#### Méthode :

##### Etape 1



On trace la droite perpendiculaire à la droite  $(d)$  en utilisant une équerre. Cette droite coupe  $(d)$  en un point  $M$ .

##### Etape 2



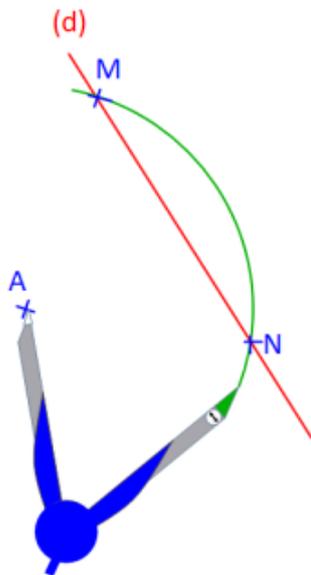
En utilisant un compas, on trace un arc de cercle de centre  $M$  et de rayon  $MA$ . Cet arc coupe la droite  $(AM)$  en  $A'$ .

En utilisant uniquement un compas

On veut construire le point  $A'$  symétrique du point  $A$  par rapport à la droite  $(d)$

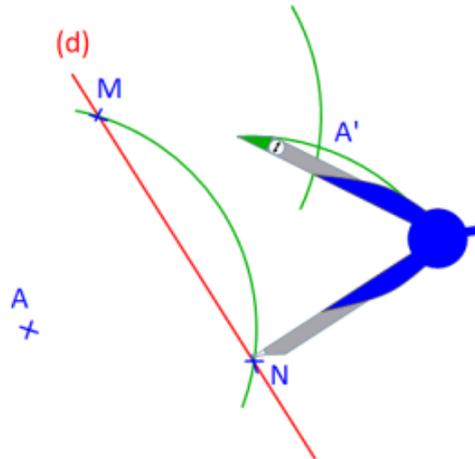
1<sup>ère</sup> Méthode :

Etape 1



On trace un arc de cercle assez grand pour qu'il puisse couper la droite  $(d)$ . Cet arc coupe la droite  $(d)$  en M et N.

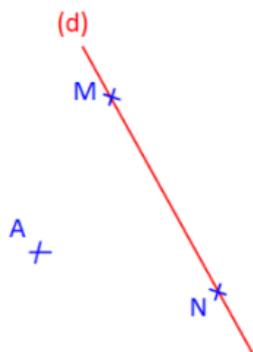
Etape 2



On garde le même écartement du compas et on trace deux arcs de cercles de centres respectivement M et N. Ces deux arcs se coupent en  $A'$ .

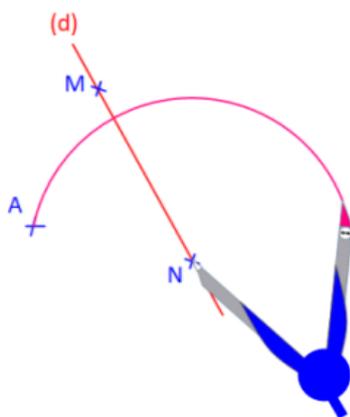
2<sup>ème</sup> Méthode :

Etape 1



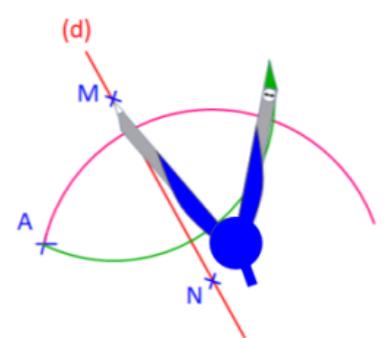
On place deux points M et N sur la droite  $(d)$

Etape 2



On trace un arc de cercle de centre N et qui passe par A.

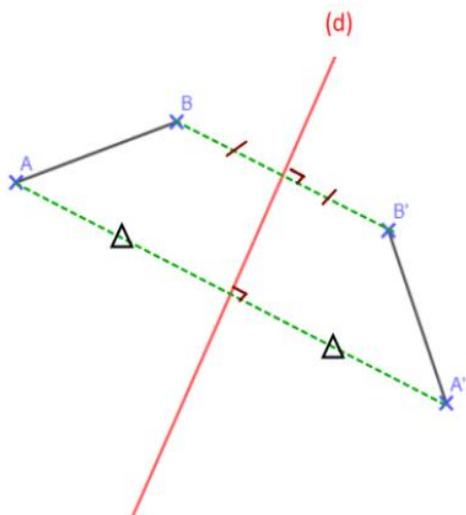
Etape 3



On trace un arc de cercle de centre M et qui passe par A. L'intersection des deux arcs est le

III- Symétriques de quelques éléments géométriquesa) Symétrique d'un segment

**Méthode :** Pour construire le symétrique d'un segment  $[AB]$ , on construit les symétriques des points A et B en utilisant la méthode qui nous convient vues dans le paragraphe précédent.

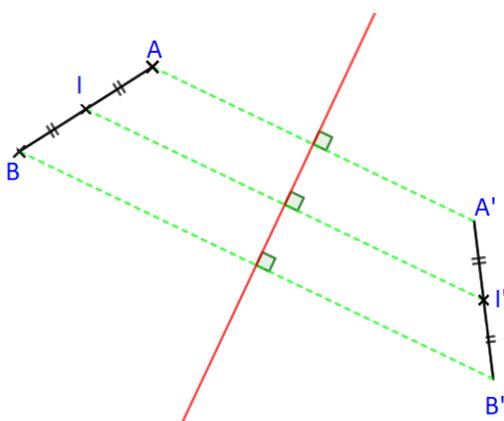


**Propriété**

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.  
On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Le segment  $[A'B']$  est le symétrique du segment  $[AB]$  alors  $AB = A'B'$

**b) Symétrique du milieu d'un segment :**



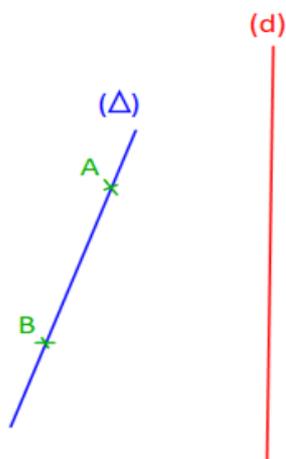
**Propriété**

Soit  $[AB]$  un segment et  $I$  son milieu.  
Soient  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  et  $I'$  les symétriques respectifs de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $I$ .  
Si  $I$  est le milieu de  $[AB]$  alors  $I'$  est le milieu de  $[A'B']$ .  
On dit que la symétrie axiale conserve les milieux.

**c) Symétrique d'une droite**

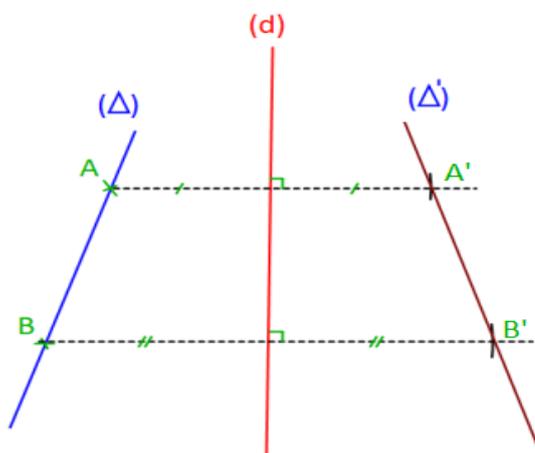
**Méthode :** On veut construire la droite  $(\Delta')$  symétrique de la droite  $(\Delta)$  par rapport à la droite  $(d)$ .

**Etape 1**



On place deux points  $A$  et  $B$  sur la droite  $(\Delta)$ .

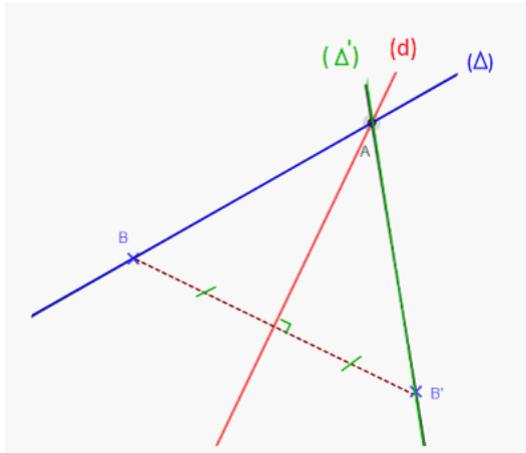
**Etape 2**



On construit les points  $A'$  et  $B'$  symétriques respectivement des points  $A$  et  $B$ . On trace ensuite la droite  $(A'B')$  : c'est la droite  $(\Delta')$ .

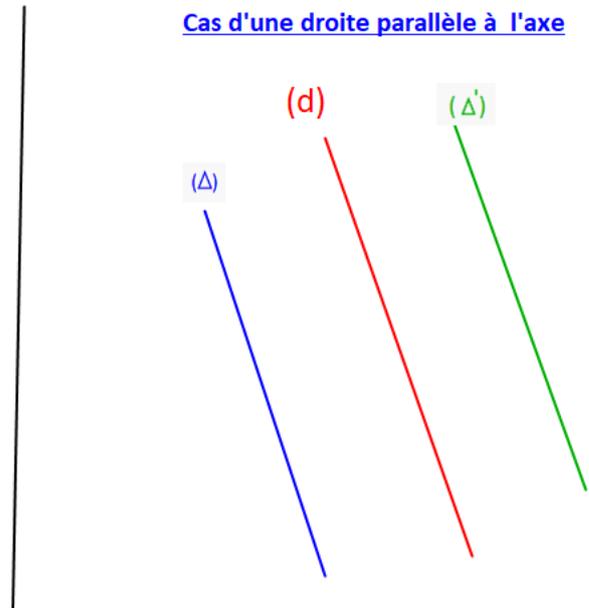
**Cas particuliers**

**Cas d'une droite qui coupe l'axe**



Dans le cas où la droite  $(\Delta)$  coupe la droite  $(d)$ , le symétrique du point d'intersection est lui-même. Il suffit de placer un point sur la droite  $(\Delta)$  et de construire son symétrique.

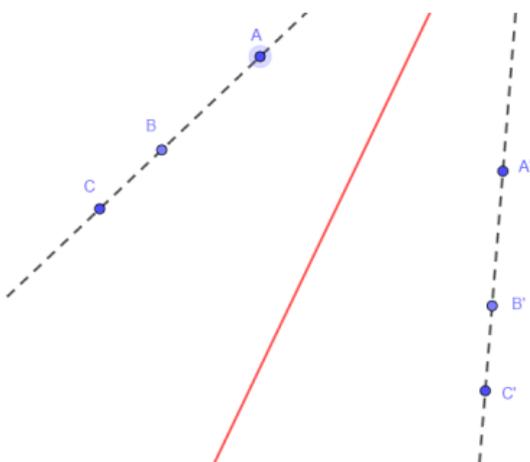
**Cas d'une droite parallèle à l'axe**



Dans le cas où la droite  $(\Delta)$  est parallèle à la droite  $(d)$ , on procède de la même manière vue dans le paragraphe précédent. On remarquera que  $(\Delta')$  est aussi parallèle à  $(d)$ .

**Si  $(\Delta) // (d)$  alors  $(\Delta') // (d)$**

**d) Symétriques de trois points alignés**

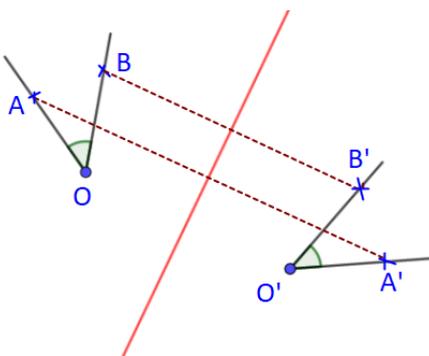


**Propriété**

Soient A, B et C trois points alignés alors leurs symétriques respectifs A', B' et C' par rapport à une droite sont aussi alignés.

On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement.

**e) Symétrique d'un angle**

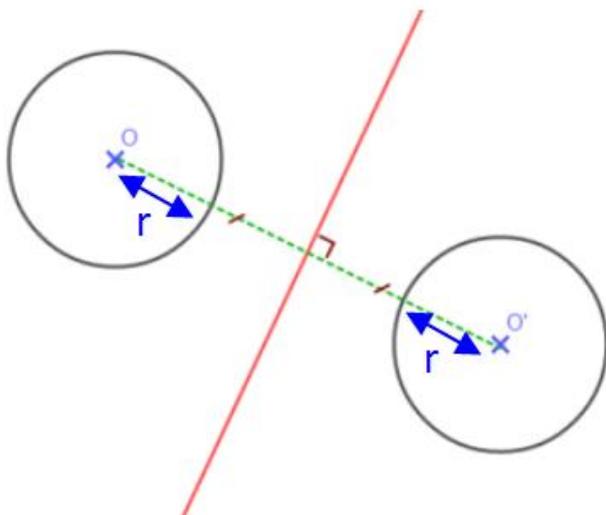


**Propriété**

Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.

On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des angles.

Si  $\widehat{A'O'B'}$  est l'angle symétrique de l'angle  $\widehat{AOB}$  par rapport à une droite alors  $\widehat{A'O'B'} = \widehat{AOB}$ .

f) Symétrique d'un cercle :Propriété

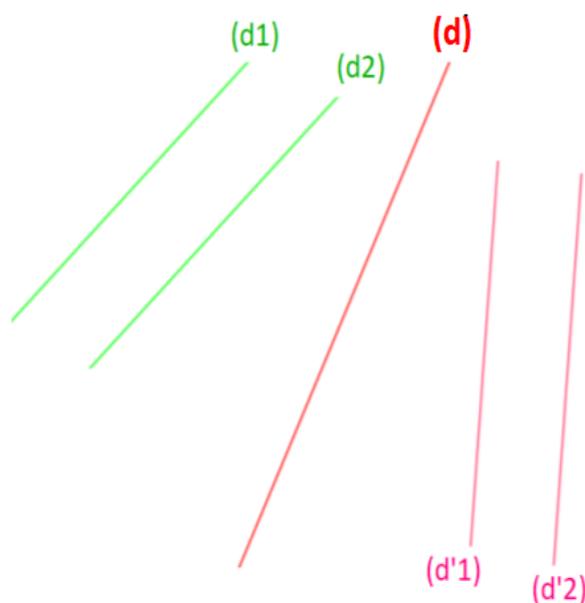
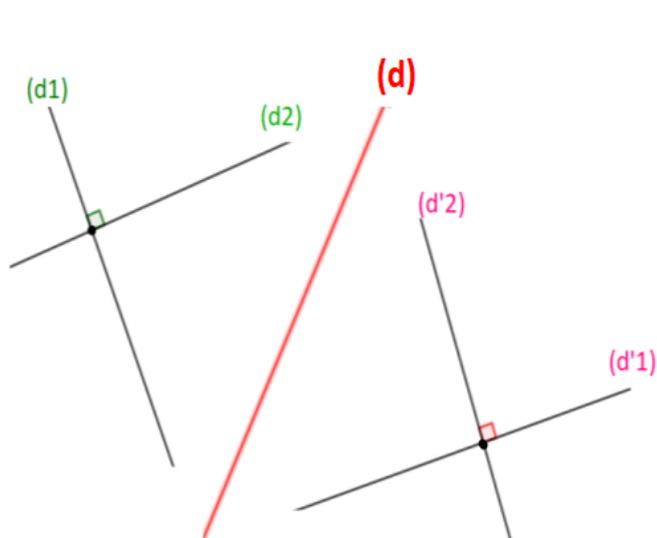
Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon.

Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre O et de rayon r.

Si  $\mathcal{C}'$  est son symétrique par rapport à une droite alors  $\mathcal{C}'$  est un cercle de centre O', symétrique de O et de rayon r.

g) Symétriques de deux droites parallèles et de deux droites perpendiculaires

Soient (d1) et (d2) deux droites et (d'1) et (d'2) leurs symétriques respectifs par rapport à une droite (d).



Si (d1) est perpendiculaire à (d2) alors (d'1) est perpendiculaire à (d'2).

Si (d1)  $\perp$  (d2) alors (d'1)  $\perp$  (d'2)

Si (d1) est parallèle à (d2) alors (d'1) est parallèle à (d'2).

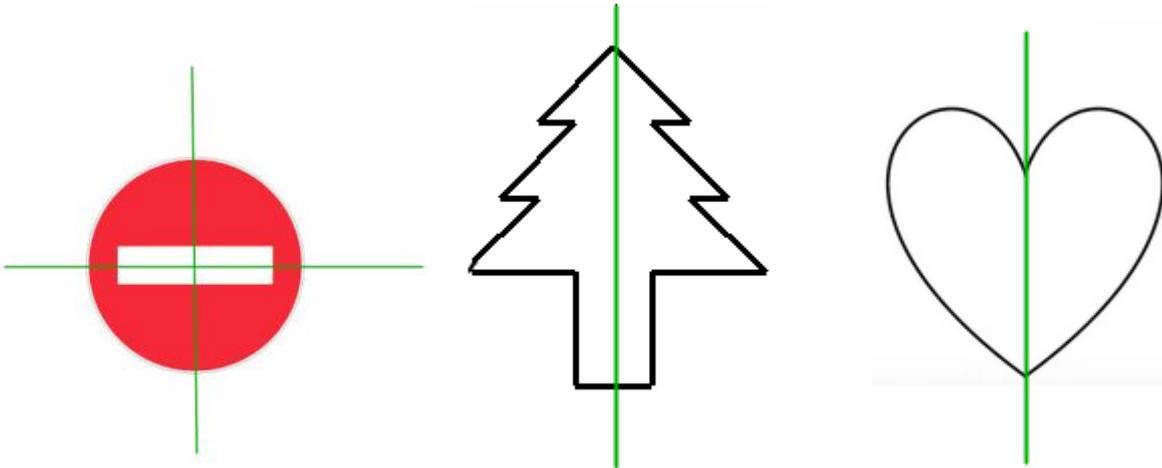
Si (d1) // (d2) alors (d'1) // (d'2) .

## IV- Axe de symétrie d'une figure

### Définition

Une figure admet un axe de symétrie (d) si elle se superpose exactement à elle-même le long de la droite (d).

### Exemples :



### Propriété

La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

### Exemple

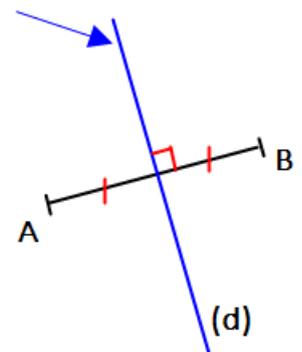
La droite (d) est la médiatrice du segment [AB].

La droite (d) est un axe de symétrie du segment [AB].

Remarque :

Le segment [AB] admet un autre axe de symétrie : la droite (AB).

médiatrice de [AB]  
axe de symétrie de [AB]



### Propriété

La médiatrice d'un segment est la droite constituée de tous les points situés à égale distance des extrémités de ce segment.