

Puissances

I- Calculer une puissance d'exposant positif

1) Définition

Soit a un nombre relatif et n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

a^n se lit « a exposant n » est le nombre a multiplié par lui-même n fois.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

On dit que ce produit est une puissance de a .

On convient que $a^1 = a$ et que si $a \neq 0, a^0 = 1$

Exemples :

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \quad \leftarrow \text{Ecriture décimale de } 2^4$$

$$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64 \quad \leftarrow \text{Ecriture décimale de } (-4)^3$$

$$6^1 = 6 \quad (-7)^1 = -7 \quad 12^0 = 1 \quad (-2021)^0 = 1$$

Remarque : Il ne faut pas confondre $(-3)^4$ et -3^4 . En effet :

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81 \quad \text{et} \quad -3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

2) Manipuler avec des grands nombres

Propriété

Soit n un nombre entier strictement positif.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \dots \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{100 \dots \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$$

Nombre	Ecriture décimale	Ecriture à l'aide d'une puissance de 10
Mille	1 000	10^3
1 million	1 000 000	10^6
1 milliard	1 000 000 000	10^9
127 millions	127 000 000	127×10^6

II- Calculer avec un exposant négatif**1) Définition**

Soit a un nombre relatif non nul et n un nombre entier.

a^{-n} est l'inverse de a^n .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Cas particuliers :

Pour $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ donc a^{-1} est une écriture de l'inverse de a .

Exemples

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$$

2) Manipuler avec des petits nombres**Définition**

Soit n un nombre entier strictement positif.

Le nombre 10^{-n} est l'inverse du nombre 10^n .

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_n \text{ facteurs}} = \underbrace{0,00 \dots 01}_n \text{ zéros}$$

Exemples

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0,001$$

$$10^{-7} = 0,000\,000\,1$$

Nombre	Ecriture décimale	Ecriture à l'aide d'une puissance de 10
1 millième	0,001	10^{-3}
1 millionième	0,000 001	10^{-6}
212 millièmes	0,212	212×10^{-3}

III- Puissances de dix et préfixes :

Pour faciliter le nom et l'écriture de mesures exprimées en puissance de dix, on utilise des préfixes.

Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca	déci	centi	milli	micro	nano
Notation	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n
Puissance de 10	10^9	10^6	10^3	10^2	10	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}