

Le théorème de Thalès Calculer une longueur

I- Le théorème de Thalès :

1) Théorème :

- Si les droites (BM) et (CN) sont sécantes en **A**
- Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles

alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Le théorème de Thalès sert à calculer une longueur.

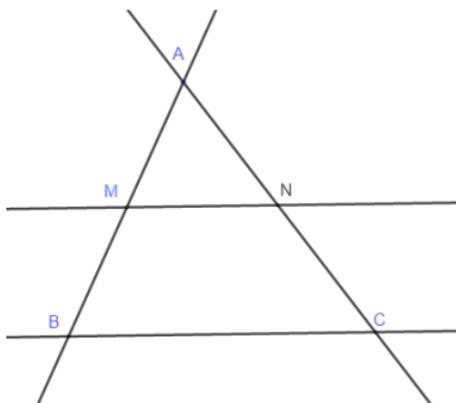


Figure 1

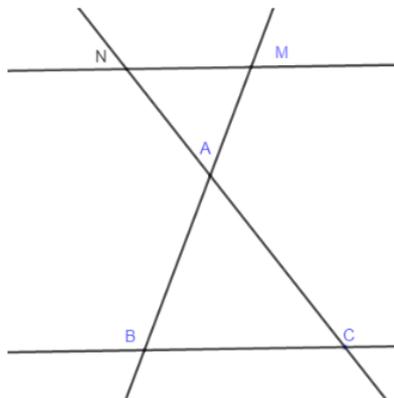


Figure 2

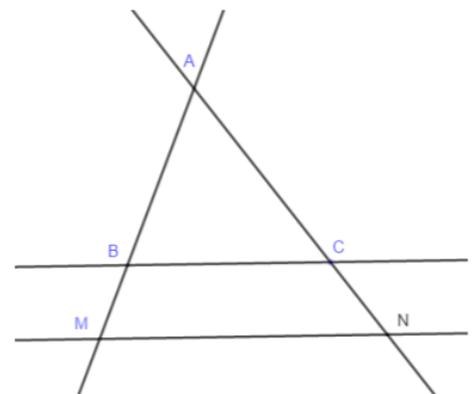


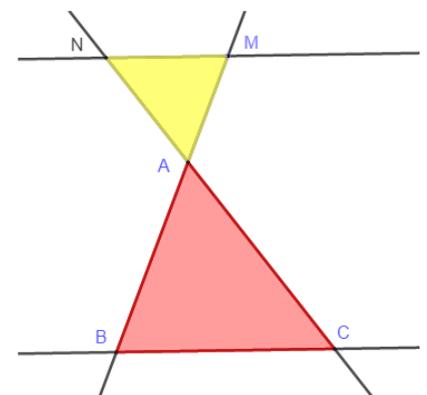
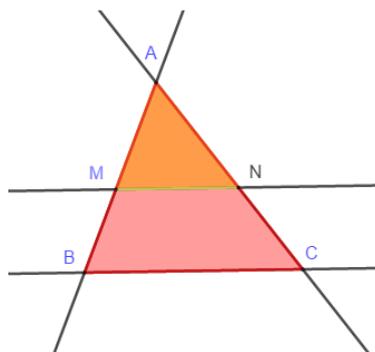
Figure 3

Remarque :

Les triangles AMN et ABC sont semblables.
Le triangle AMN est une réduction du triangle ABC avec un rapport $k < 1$:

$$k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

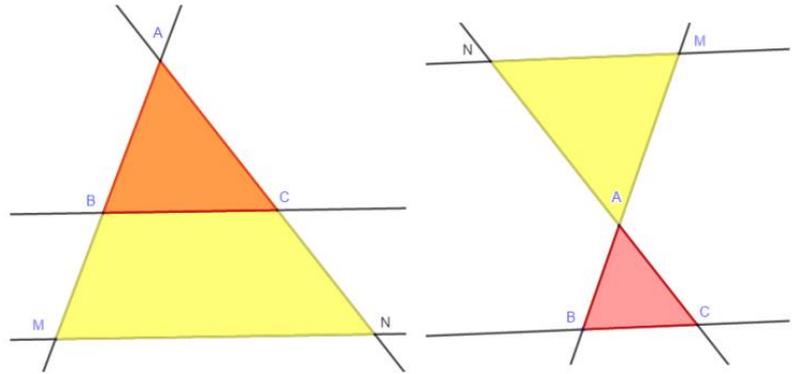
k est un coefficient de réduction



Les triangles AMN et ABC sont semblables.
Le triangle AMN est un agrandissement du triangle ABC avec un rapport $k > 1$:

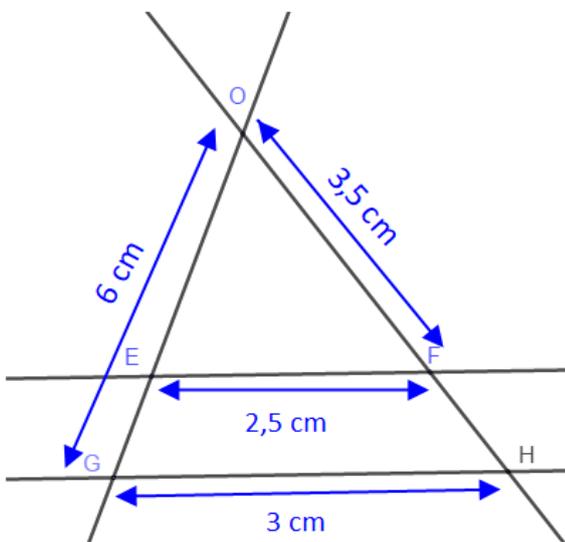
$$: k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

k est un coefficient d'agrandissement



2) Applications :

Exemple 1 :



La figure ci-contre n'est en vraies grandeurs.

Les droites (EF) et (GH) sont parallèles.

Calculer OH et OE .

Réponse :

On sait que $\left\{ \begin{array}{l} \text{Les droites (EG) et (FH) sont sécantes en O.} \\ \text{Les droites (EF) et (GH) sont parallèles.} \end{array} \right.$

On peut appliquer le théorème de Thalès :

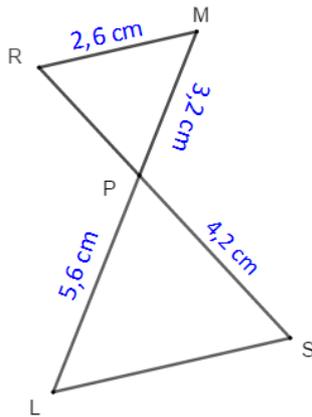
$$\frac{OE}{OG} = \frac{OF}{OH} = \frac{EF}{GH} \quad \text{On a donc } \frac{OE}{6} = \frac{3,5}{OH} = \frac{2,5}{3}$$

On calcule OE et OH à partir des égalités des produits en croix :

$$\frac{OE}{6} = \frac{2,5}{3} \quad \text{alors } OE \times 3 = 2,5 \times 6 \text{ d'où } OE = \frac{2,5 \times 6}{3} = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{3,5}{OH} = \frac{2,5}{3} \quad \text{alors } 3,5 \times 3 = 2,5 \times OH \text{ d'où } OH = \frac{3,5 \times 3}{2,5} = 4,2 \text{ cm}$$

$$\mathbf{OE = 5 \text{ cm et OH = 4,2 cm}}$$

Exemple 2 :

La figure ci-contre n'est en vraies grandeurs.

Les droites (RM) et (LS) sont parallèles.

Calculer LS et PR .

Réponse :

On sait que

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Les droites (RS) et (ML) sont sécantes en P.} \\ \text{Les droites (RM) et (LS) sont parallèles.} \end{array} \right.$

On peut appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{PM}{PL} = \frac{PR}{PS} = \frac{RM}{LS} \quad \text{On a donc } \frac{3,2}{5,6} = \frac{PR}{4,2} = \frac{2,6}{LS}$$

On calcule PR et LS à partir des égalités des produits en croix :

$$\frac{PR}{4,2} = \frac{3,2}{5,6} \quad \text{alors } PR \times 5,6 = 3,2 \times 4,2 \quad \text{d'où } PR = \frac{3,2 \times 4,2}{5,6} = 2,4 \text{ cm}$$

$$\frac{2,6}{LS} = \frac{3,2}{5,6} \quad \text{alors } LS \times 3,2 = 2,6 \times 5,6 \quad \text{d'où } LS = \frac{2,6 \times 5,6}{3,2} = 4,55 \text{ cm}$$

PR = 2,4 cm et LS = 4,55 cm