

Proportionnalité

I- Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Dire que deux grandeurs sont **proportionnelles** signifie que les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par **un même nombre non nul**. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple 1 : Les fraises sont vendues à 2,40 € le kg. Dans cette situation, le prix des fraises est proportionnel à la masse achetée.

1 kg de fraises coûte 2,40 € alors 2 kg coûtent 2 fois plus cher, 3 kg de fraise coûtent 3 fois plus cher....

Pour obtenir le prix des fraises, on multiplie toujours la masse par **2,40**.

On peut représenter cette situation par un tableau

Masse (kg)	1	3	4	6
Prix (€)	2,40	7,20	9,60	14,40

x 2,40

On dit que ce tableau est **un tableau de proportionnalité** ou représente une situation de proportionnalité.

Exemple 2 : Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur du côté de ce carré.

Le périmètre d'un carré est égal à la longueur du carré multipliée par 4.

Longueur du côté (cm)	2	2,5	4	7,5
Périmètre (cm)	8	10	16	30

x 4

Exemple 3 : On note la taille de Marie à différents moments de sa vie. On représente ces données sous la forme d'un tableau.

Âge de Marie (en années)	1	2	5	10
Taille de Marie (cm)	62	88	110	138

On remarque qu'à l'âge de 2 ans, Marie ne mesure pas 2 fois plus que quand elle avait 1 an. De même à l'âge de 10 ans, elle ne mesure pas 2 fois plus que quand elle avait 5 ans.

Donc La taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

Il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité et ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

II- Utiliser la proportionnalité

Il existe plusieurs méthodes pour calculer une grandeur en utilisant la proportionnalité.

Exemple : 3 cahiers coûtent 5,10 €. Sachant que le prix est proportionnel à la quantité, Combien coûtent 6 cahiers ? 7 cahiers et 13 cahiers ?

On peut représenter ces données et les compléter dans un tableau :

Nombre de cahiers	3	6	7	13
Prix (€)	5,10			

1) La méthode multiplicative

On remarque que 6 est le double de 3 ($3 \times 2 = 6$).
Donc le prix de 6 cahiers est le double du prix de 3 cahiers. On multiplie, donc, 5,10 par 2 :

$$5,10 \times 2 = 10,20$$

Nombre de cahiers	3	6
Prix (€)	5,10	10,20

Diagramme illustrant la méthode multiplicative : une flèche verte circulaire avec "x 2" relie le nombre 3 au nombre 6, et une autre flèche verte circulaire avec "x 2" relie le prix 5,10 au prix 10,20.

2) Le passage à l'unité

On sait que 3 cahiers coûtent 5,10 €. On calcule le prix d'1 cahier : $5,10 \div 3 = 1,70$.

Donc le prix de 7 cahiers est 7 fois plus cher que le prix d'un cahier : $7 \times 1,70 = 11,90$.

1,70 est **le coefficient de proportionnalité**.

Nombre de cahiers	3	1	7
Prix (€)	5,10	1,70	11,90

Diagramme illustrant la méthode du passage à l'unité : une flèche verte circulaire avec "x 7" relie le nombre 1 au nombre 7, et une autre flèche verte circulaire avec "x 7" relie le prix 1,70 au prix 11,90.

3) La méthode additive

On remarque que 13 est la somme de 6 et 7. On connaît le prix de 6 cahiers et 7 cahiers. Donc le prix de 13 cahiers est égal à la somme du prix de 6 cahiers et du prix de 7 cahiers.

$$10,20 + 11,90 = 22,10$$

Nombre de cahiers	3	6	7	13
Prix (€)	5,10	10,20	11,90	22,10

Diagramme illustrant la méthode additive : des flèches bleues relient les nombres 6 et 7 à 13 via des symboles "+" et "=", et de même pour les prix 10,20 et 11,90 à 22,10.

III- Appliquer un taux de pourcentage

Définition

Appliquer un taux de **t** % à une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$

Propriété

Un pourcentage de **t** % traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$.

Exemple Sur l'étiquette d'un bloc de 150 g beurre, il est indiqué 82 % de matières grasses M.G. Quelle masse de matières grasses contient ce bloc de beurre ?

Il est indiqué sur l'étiquette « 82 % de matières grasses M.G ». Cela veut dire que pour 100 g de beurre il y a 82 g de matières grasses M.G. Comme un pourcentage traduit une situation de proportionnalité alors on peut représenter ces données dans un tableau de proportionnalité.

Calculer 82 % de 150 revient à multiplier 150 par $\frac{82}{100}$.

$$150 \times \frac{82}{100} = 123$$

Masse (kg)	100	150
Masse de M.G (g)	82	123



Un bloc de beurre de 150 g contient 123 g de matières grasses M.G.