Réciproque et contraposée du théorème de Thalès

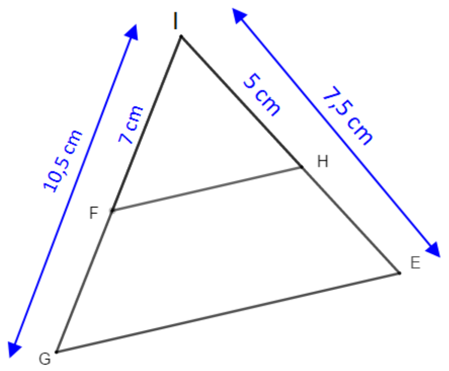
I- Réciproque du théorème de Thalès

- Si les points A ; B ; M d'une part et les points A ; C ; N d'autre part sont alignés dans le même ordre
- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors les droite (BC) et (MN) sont parallèles.

La réciproque du théorème de Thalès sert à montrer que deux droites sont parallèles.

Exemple



La figure ci-contre n'est pas en vraies grandeurs.

H ∈ [IE]et F ∈ [IG].

Montrer que les droites (FH) et (GE) sont parallèles.

Réponse

Etape 1 : On vérifie l'alignement et l'ordre des points :

On a les points I ; F ; G d'une part et I ; H ; E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

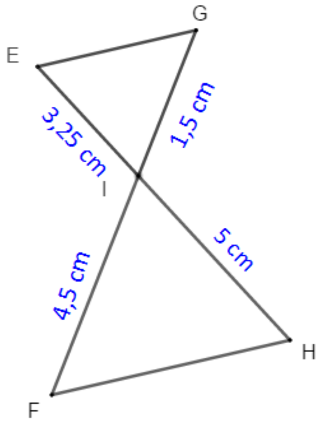
Etape 2 : On calcule les rapports séparément et on les compare :

$$\begin{cases} \frac{IF}{IG} = \frac{7}{10,5} = \frac{2}{3} \\ \frac{IH}{IE} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{donc } \frac{\mathrm{IF}}{\mathrm{IG}} = \frac{\mathrm{IH}}{\mathrm{IE}}$$

D'après **le réciproque du théorème de Thalès** les droites (FH) et (GE) sont parallèles.

II- Contraposée du théorème de Thalès

Exemple :



La figure ci-contre n'est pas en vraies grandeurs.

$I \in [EH] et\ I \in [GF]$.

Les droites (EG) et (FH) sont-elles parallèles ? Justifier.

Réponse :

Etape 1 : On vérifie l'alignement et l'ordre des points :

On a les points E ; I ; H d'une part et G ; I ; F d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Etape 2 : On calcule les rapports séparément et on les compare :

$$\begin{cases} \dfrac{IF}{IG} = \dfrac{4,5}{1,5} = 1,5 \\ \\ \dfrac{IH}{IE} = \dfrac{5}{3,25} \approx 1,54 \end{cases} \qquad \text{donc } \frac{\mathrm{IF}}{\mathrm{IG}} \neq \frac{\mathrm{IH}}{\mathrm{IE}}$$

D'après **la contraposée du théorème de Thalès** les droites (EG) et (FH) ne sont pas parallèles.