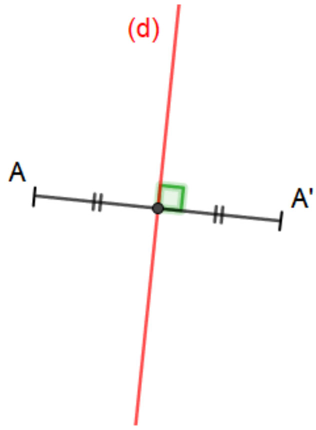
# Symétrie centrale

## I – Symétrie axiale (Rappel)

### 1) Symétrique d'un point

**Définition**




Soit [AA'] un segment et la droite (d) sa médiatrice.

On dit que A' est **le symétrique** de A par rapport à la droite (d)

ou A et A' sont symétriques par rapport à la droite (d).

(*Si on effectue un pliage le long de la droite (d), le point A coïncidera avec*

**Propriétés**

- Si la droite (d) est la médiatrice du segment [AA'] alors A et A' sont symétriques par rapport à (d).
- Si A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) alors (d) est la médiatrice du segment [AA'].
- Si un point appartient à une droite (d) alors son symétrique par rapport à (d) est le point lui-même.

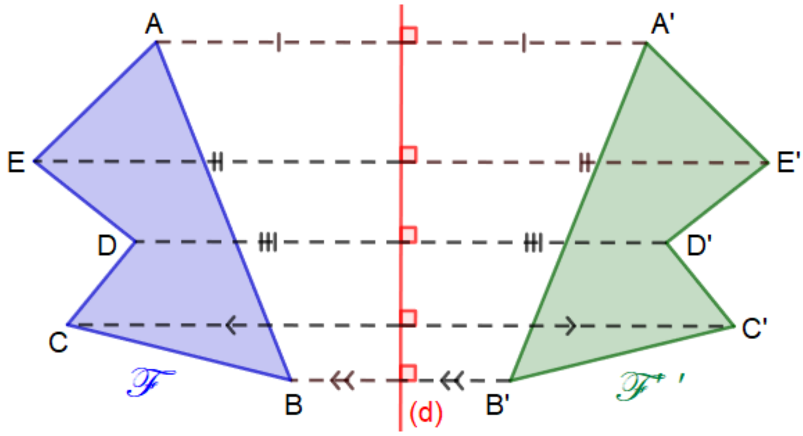
### 2) Figures symétriques

**Définition**

On considère une figure $\mathscr{F}$ et une droite (d).

On appelle $\mathscr{F}$ ', symétrique de la figure $\mathscr{F}$ par rapport à la droite (d) la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure $\mathscr{F}$.

La droite (d) est appelée **axe de symétrie.**



**Propriété**

Deux figures $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}'$ sont symétriques par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage autour de la droite (d).

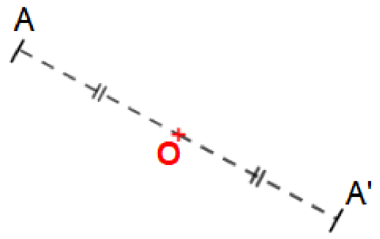
## II- Symétrie centrale

### 1) Figures symétriques

**Définition**

Soit O un point.

- Le symétrique d'un point A distinct de O est le point A' tel que **O est le milieu du segment [AA'].**
- Le symétrique du point O est lui-même.




A et A' sont symétriques par rapport au point O signifie que :

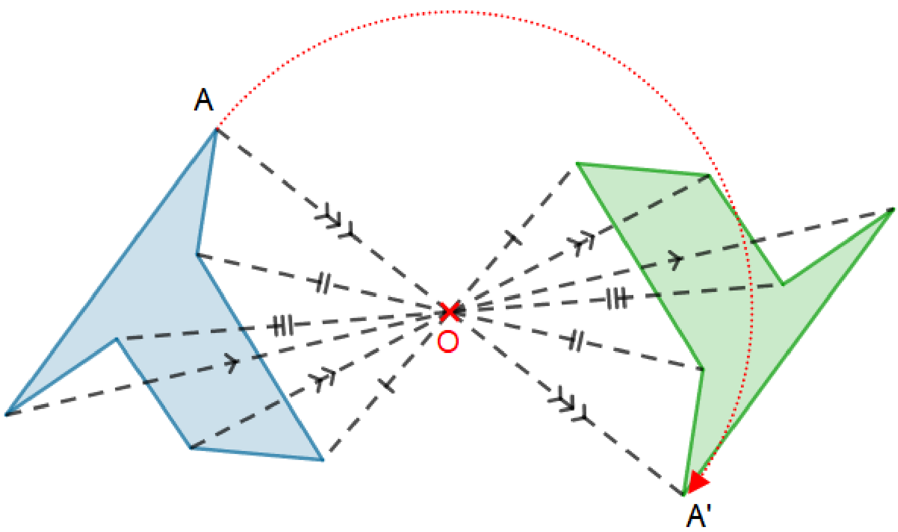
- A, O et A' sont alignés,
- OA = OA'.

**Définition**

On considère une figure $\mathcal{F}$ et un point O.

On appelle $\mathcal{F}'$, symétrique de la figure $\mathcal{F}$ par rapport au point O, la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure $\mathcal{F}$ par rapport à O.

Le point O est appelé **centre de symétrie**.




**Propriété**

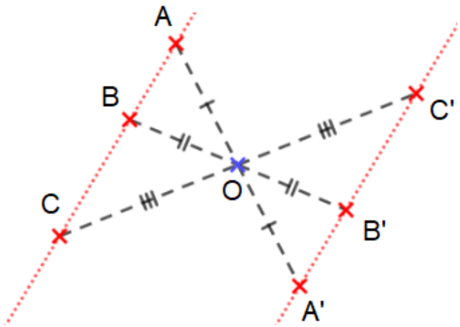
Deux figures sont symétriques par rapport à un point O sont superposables : elles se superposent par un demi-tour autour du point O.

## III- Propriétés de la symétrie centrale

### 1) Points alignés

**Propriété**

La symétrie centrale conserve l'alignement des points.

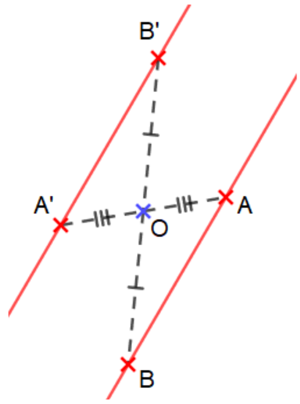



**Exemple**

Les points A, B et C sont alignés alors leurs symétriques A', B' et C' par rapport au point O sont également alignés.

### 2) Symétrique d'une droite

Deux droites symétriques par rapport à un point sont parallèles.



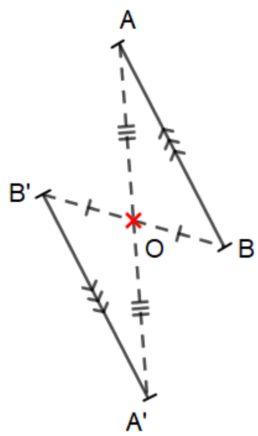

Les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport au Point O alors elles sont parallèles.

### 3) Symétrique d'un segment

**Propriété**

Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.

On dit que **la symétrie centrale conserve les longueurs**




[AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport au point

O alors A' alors AB = A'B'.

**Propriété**

Deux figures symétriques par rapport à un point ont la même forme.

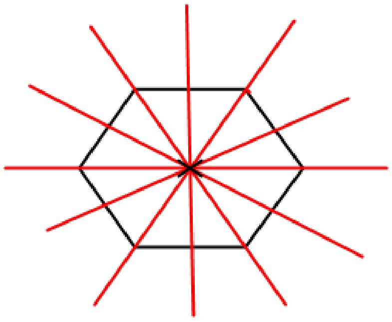
On dit que la symétrie centrale conserve les longueurs, les mesures d'angle, les périmètres et les aires.

## IV- Reconnaître un axe ou un centre de symétrie

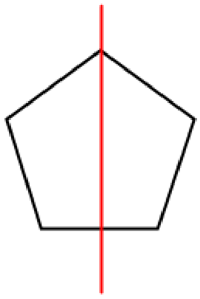
**Définition**

- Une droite est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à cette droite est la figure elle-même.
- Un point est le centre de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

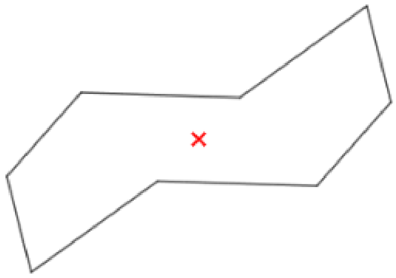
**Exemples**



12 axes de symétrie
1 centre de symétrie



1 axe de symétrie
0 centre de symétrie



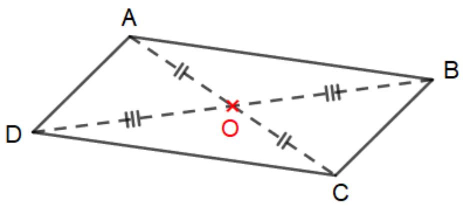
0 axe de symétrie
1 centre de symétrie

## V- Parallélogramme

### Définition

> Un parallélogramme est un quadrilatère qui admet un centre de symétrie.
>
> Le centre de symétrie d'un parallélogramme est le point d'intersection de ses diagonales.

**Exemple** O est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.



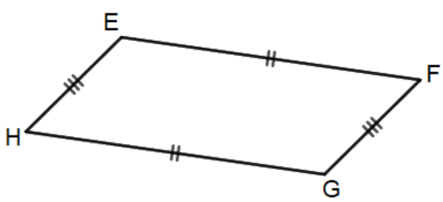

### Propriété

> Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Le symétrique de A par rapport à O est C.
Le symétrique de B par rapport à O est D.
$\Big\}$ alors le symétrique de [AB] est [CD] donc **AB = CD.**
De même on a [AD] et [CB] sont symétriques par rapport à O alors **AD = BC.**

### Propriété

> Les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur.




EFGH est un parallélogramme alors EF = HG et EH = FG